

LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN Y LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

THE THEORY OF OBJECTIFICATION AND MATHEMATICS EDUCATION

Fig. 8. Pag. 49.

Fig. 7. Pag. 49.

Fig. 9. Pag. 93.

11 Mid 10 dag. 9

Felipe Castro Fernández*
 José Antonio Juárez López
 José Gabriel Sánchez Ruiz

*Figuur der 12
 Maeyen.*

Anno 1675. den
 3^{de} Februaris. O.S.
 s Morgens ten 2 Uu
 ren 6 Minuten. is tot
 Londen Geboreen
 L.V. de Son Synde
 in 22 14 Gr. 39 Minut

Fig. 11. Pag. 100.

Fig. 12. 9 10 11 12 1 2 3 Pag. 101.

<https://orcid.org/0009-0007-2874-8810>
<https://orcid.org/0000-0003-2501-943X>
<https://orcid.org/0000-0002-4306-1431>

Recibido: 17. julio. 2023
 Aprobado: 30/noviembre/ 2023
 Publicado: 07/ enero / 2024
 FOLIO 880

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas - Benemérita Universi-
 dad Autónoma de Puebla
 Universidad Nacional Autónoma de México - Campus Zaragoza
 *Av. San Claudio y 18 Sur, San Manuel, Ciudad Universitaria, C.P.
 72570, Puebla, México / 2223711161
 felipe.castro@correo.buap.mx
 jajul32@hotmail.com
 josegsr@unam.mx

ISSN 2448-5829

Año 10, No. 28, 2024, pp. 55-69

RD-ICUAP

Resumen

El objetivo del presente artículo es dar a conocer algunos antecedentes históricos y fundamentos filosóficos de la Teoría de la Objetivación (TO), así como sus principales componentes y aportes conceptuales en el área ontológica, epistemológica, educativa, metodológica y valorativa. La justificación de ello deriva del desconocimiento existente sobre dicha teoría entre los docentes de matemáticas que, en el caso de México, se enfrentan a los desafíos del nuevo modelo educativo nacional denominado Nueva Escuela Mexicana, cuyos principios promueven una educación con sentido crítico, humanista y comunitario. Con relación al método, se llevó a cabo una investigación de tipo documental, por lo que se realizó un análisis de contenido cualitativo de algunos artículos escritos por el creador de la TO y en los cuales se exponen sus elementos constitutivos fundamentales. Entre los hallazgos se logró identificar que dicha teoría se inscribe dentro de las teorías socioculturales contemporáneas de la Educación Matemática y que, basada en el materialismo dialéctico, concibe al conocimiento matemático como un proceso social, cultural e histórico; por lo cual, se distancia de la enseñanza tradicional y el constructivismo. Se concluye que, al resignificar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como la relación docente-estudiante, la TO se ubica dentro de un proyecto educativo que pretende formar sujetos reflexivos, críticos y éticos encaminados hacia la transformación social. De ahí que, se recomienda a los docentes que enseñan matemáticas en todos los niveles educativos conocer los fundamentos de la TO para orientar su práctica pedagógica en un sentido transformador.

Palabras clave: Teoría de la Objetivación, Educación Matemática, Perspectivas socioculturales, Materialismo Dialéctico

ABSTRACT

The purpose of this article is to present some historical background and philosophical foundations of the Theory of Objectification (TO), as well as its main components and conceptual contributions in the ontological, epistemological, educational, methodological and evaluative areas. The justification for this derives from the existing lack of knowledge about this theory among mathematics teachers who, in the case of Mexico, face the challenges of the new national educational model called New Mexican School, whose principles promote an education with a critical, humanistic and communitarian sense. In relation to the method, a documentary type of research was carried out, so a qualitative content analysis of some articles written by the creator of the TO was performed and in which its fundamental constitutive elements are exposed. Among the findings, it was possible to identify that this theory is part of the contemporary sociocultural theories of Mathematics Education and that, based on dialectical materialism, it conceives mathematical knowledge as a social, cultural and historical process; therefore, it distances itself from traditional teaching and constructivism. It is concluded that, by re-signifying the teaching-learning process of mathematics, as well as the teacher-student relationship, TO is located within an educational project that seeks to form reflective, critical and ethical subjects aimed at social transformation. Therefore, it is recommended that teachers who teach mathematics at all educational levels know the foundations of TO in order to guide their pedagogical practice in a transformative sense.

Keywords: Objectification Theory; Mathematics Education; Sociocultural Perspectives; Dialectic Materialism.

INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es sumamente complejo. Analizar y comprender dicha complejidad es justamente el objeto de estudio particular de la Educación Matemática, una disciplina científica relativamente joven (Godino, 2000; Hernández y Juárez, 2015), cuyo reconocimiento dentro del campo disciplinar de las ciencias sociales se caracteriza, también, en contar con diversos enfoques teórico-metodológicos que se han venido desarrollando y consolidando durante las últimas cuatro décadas. Algunos de estos enfoques son, por ejemplo, el cognitivista (con Dubinsky, Vergnaud y Tall Vinner, entre otros), la escuela francesa (con Brousseau, Chevallard y Artigue), la escuela anglosajona (por ejemplo, con Polya y Schoenfeld), la epistemología genética (Ortiz Hurtado), el constructivismo radical (con Von Glasersfeld), la etnomatemática (D'Ambrosio), el socio-constructivismo (Ernest), el enfoque ontosemiótico (con Godino, Batanero y Font), el realista (Freudenthal), el crítico (Skovsmose) y la socioepistemología (de Cantoral y Farfán) (Pochulu y Rodríguez, 2016).

Las características que diferencian a tales enfoques han llevado a distinguir entre aquellas teorías que asumen una posición más psicológica y cognitiva, concibiendo al conocimiento matemático como un producto mental e individual del estudiante, y las que lo conciben como un proceso social, cultural e histórico (Planas, 2010; Blanco, 2011). Entre estas últimas se ubica la Teoría de la Objetivación (TO), cuyos elementos básicos conceptuales fueron esbozados por primera vez en el año 2006 por su creador Luis Radford. Por lo que, a continuación, se describen algunos de los principales antecedentes históricos y aportes teórico-metodológicos de

dicha teoría al campo de estudio de la Educación Matemática.

ANTECEDENTES HISTÓRICOS Y FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS

Desde sus orígenes, en la Educación Matemática ha predominado una concepción eurocéntrica de las matemáticas y un enfoque individualista de su aprendizaje. La pedagogía tradicional, por ejemplo, inspirada en el conductismo, considera que la educación debe centrarse en desarrollar en los estudiantes las competencias requeridas por la economía de mercado capitalista. En esta pedagogía el proceso de enseñanza-aprendizaje se basa en la clase magistral, un modelo alienante caracterizado por una relación de sumisión, en la cual el poder se encuentra en manos del profesor quien posee el conocimiento y lo transmite al estudiante que de manera pasiva se somete y simplemente lo reproduce, mediante la repetición y la memorización. Se trata, pues, de la concepción bancaria de la educación, sustentada en una ética de la autoridad y la obediencia (Radford, 2014, 2016, 2018b, 2018c, 2019, 2020a, 2020c, 2020d, 2021b).

A diferencia de la enseñanza tradicional, en la pedagogía individualista el poder se traslada al alumno, quien se hace responsable de la producción y construcción de su propio saber y conocimiento. El profesor ocupa un papel secundario, pues el aprendizaje es resultado de las acciones individuales del estudiante alienado del mundo histórico-cultural (Radford, 2014, 2018a, 2019, 2020c, 2020d, 2021a).

El constructivismo es una teoría individualista inspirada en los trabajos de Piaget y de von Glasersfeld. Encuentra su versión más acabada en los Estados Unidos con Paul Cobb y sus colaboradores (Radford, 2007, 2015b, 2016,

2020a, 2020b, 2020c). Tal perspectiva concibe al saber y el aprendizaje como algo subjetivo, a-histórico y a-cultural, pues considera que el sujeto es quien construye su propio conocimiento (Radford, 2015b, 2018b, 2018c, 2019, 2020b, 2021a). Cuando, para responder a sus detractores, ha tenido que incorporar la dimensión social, lo hace a través de la idea de la interacción y “participación reflexiva en las prácticas del aula”, pero las asume sólo como un medio de apoyo para que el “sujeto-yo” logre alcanzar sus propios fines (Radford, 2018c, 2020b). En cuanto a la educación matemática, sostiene que tiene por objetivos: construir estructuras conceptuales y el desarrollo de la autonomía intelectual de los estudiantes, en la cual se basa su ética (Radford, 2018c, 2020b, 2020d, 2021b). La Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), por su parte, inspirada en la psicología genética de Piaget, ha puesto énfasis en el saber matemático y la gestión adecuada del ambiente o entorno (milieu) para la emergencia de un razonamiento matemático preciso y su consiguiente aprendizaje (Radford, 2006, 2007, 2020b, 2020d). Para esta teoría, el objetivo de la educación matemática es la difusión del conocimiento matemático requerido por la sociedad europea industrializada, por lo que se espera que los estudiantes logren adquirir un conocimiento dado (Radford, 2015a, 2018c, 2020b, 2020d, 2021b).

En ese contexto es que, dentro del campo de la Educación Matemática, en las últimas dos décadas del siglo pasado algunos investigadores interesados en ofrecer una alternativa distinta centraron sus estudios en comprender el papel de la cultura, la historia y la sociedad en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De ahí surgió el llamado movimiento opositor “sociocul-

tural” con los trabajos realizados por D’Ambrosio y Bishop, en los años 80. Después, en los años 90, aparecieron las propuestas de Bartolini Busi y Mariotti, quienes investigaron el rol de la interacción y los artefactos en el aprendizaje; Arzarello, Bazzini y Chiappini, se interesaron en los signos matemáticos y su evolución; Lerman, por su parte, investigó el papel del lenguaje en la constitución de la intersubjetividad; Boero, Pedemonte y Robotti, estudiaron la historicidad del discurso (Radford, 2014, 2016, 2018c, 2020a, 2020c). Así, a mediados de la primera década del presente siglo surgió la TO, como una alternativa no individualista de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, distinguiéndose de la enseñanza tradicional, del constructivismo y de la Teoría de Situaciones Didácticas.

La TO se inscribe en las denominadas teorías educativas socioculturales contemporáneas, las cuales consideran que el saber y el conocimiento no son producto de estructuras mentales epistémicas individuales, ajenas a la cultura, sino una forma histórico-cultural de prácticas sociales realizadas por sujetos mediante la interacción, el lenguaje, el uso de signos y la creación de artefactos (Radford, 2006, 2007, 2008, 2014, 2015b, 2016, 2021a).

De ahí que, teórica y filosóficamente (Figura 1), la TO se fundamenta en la dialéctica de Georg Wilhelm Friedrich Hegel, de Evald Ilyenkov, Theodor Adorno, Felix Mikhailov y Franck Fischbach; en el pensamiento histórico-cultural de Lev Vygotsky y la teoría de la actividad de Alexei N. Leóntiev; así como en las ideas de Paulo Freire y el materialismo dialéctico desarrollado por Carlos Marx (Radford, 2015a, 2015b, 2016, 2017b, 2018b, 2018c, 2019, 2020a, 2020c, 2020d, 2021a).



Figura 1. Fundamentos teórico-filosóficos de la Teoría de la Objetivación. Fuente: Elaboración propia

APORTES TEÓRICO-METODOLÓGICOS

Área Ontológica

En la TO el saber (matemático, artístico, etc.) no es concebido como algo que se pueda “poseer”, “adquirir” o “construir” individualmente, tiene que ver más bien con “potencialidad”, “capacidad”, “habilidad” o “posibilidad” de algo que nos encontramos en la cultura y nos objeta (se nos opone). Se trata de algo abstracto, general e indeterminado, imposible de sentir y percibir, pues tiene que ver con “formas culturales de hacer y de pensar” en continua transformación (Radford, 2015b, 2017a, 2017b, 2018c, 2019, 2020b, 2020d, 2021a). Dicho de otra manera, al fundamentarse en el materialismo dialéctico la TO concibe el saber como una entidad cultural e histórica y no como lo plantea el constructivismo, algo psicológico o subjetivo. Se trata de formas de acción y reflexión humana (corpórea, sensible y material), codificadas y sintetizadas históricamente y culturalmente, que evolucionan a partir de las contradicciones sociales de donde surgen. Como sistema de pensamiento y acción, el saber es producido por los seres humanos y se transforma de una cultura a otra, a través del tiempo (Radford, 2016, 2017a, 2018a, 2018c, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2021a).

Por lo que se refiere a los objetos matemáticos, estos son definidos como “patrones fijos de actividad reflexiva incrustados en el mundo en cambio constante de la práctica social mediada por los artefactos” (Radford, 2006). Esto significa que objetos como “círculo”, “línea”, “plano”, etc., no son producto de la abstracción o contem-

plación intelectual, sino de la actividad práctica y laboral de los seres humanos. A diferencia de las posiciones ontológicas platónicas y realistas que conciben los objetos matemáticos como algo perpetuo y anterior a la actividad humana, o de la postura ontológica racionalista que los considera como producto de la mente regida por las leyes de la lógica, la TO los concibe como entidades sociales-histórico-culturales, producto de la actividad humana (Radford, 2006, 2007, 2008, 2015b).

En cuanto a su concepción sobre el ser, la TO se diferencia de las tendencias racionalistas y empiristas del siglo XVIII, las cuales consideran al individuo como una “entidad sustancial, producida desde adentro”, pues concibe al ser humano como un “ente histórico-cultural”, material y relacional (Radford, 2018a, 2018c, 2020d, 2021a). En tanto entidad material y relacional, en constante transformación, el sujeto se constituye como tal mediante sus acciones y reflexiones enraizadas en formas de acción y relación histórica y culturalmente constituidas (Radford, 2014, 2021a). Esto significa que los seres humanos no existen aislados del mundo y sus culturas, son seres relacionales que “piensan, hacen, sienten, imaginan, esperan y sueñan” a partir de su cultura y momento histórico (Radford, 2016, 2017c). El individuo, entonces, es considerado como “un ser natural” con necesidades, las cuales satisfacen a través de la actividad con otros individuos (Radford, 2016, 2020a). Además, se concibe a los individuos como “entidades en flujo”, proyectos de vida inacabados, coproduciéndose constantemente en un contexto cultural e histórico determinado (Radford, 2017c, 2020d).

Área Epistemológica

Para la TO el conocimiento no es una

construcción subjetiva ni algo que se transmite, es más bien la actualización o materialización sensible del saber y una entidad histórico-cultural, también. En otras palabras, el conocimiento es el “contenido conceptual, actualizado o materializado” del saber, entendido este como formas de hacer y de pensar histórica y culturalmente constituidas. Esto no significa que el conocimiento sea inmediato, sino resultado de la actividad que, como proceso de mediación, moviliza al saber y lo actualiza en una forma singular e incompleta, lo cual permite desarrollar, modificar y ampliar el saber general. En un sentido dialéctico, a través de la actividad, el saber es negado por el conocimiento que, a su vez, es negado por un nuevo saber desarrollado (Radford, 2017a, 2019, 2020a, 2020c, 2021a) (Figura 2).

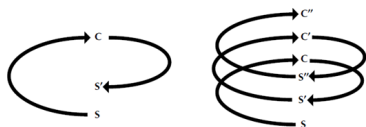


Figura 2. Dialéctica del saber y el conocimiento (Radford, 2017b). Nota: El saber (S) y el conocimiento (C) mediados por la actividad (flechas), para dar lugar a un nuevo saber (S') y nuevo conocimiento (C')

La TO parte de una concepción no mentalista, sino antropológica del pensamiento, el cual es considerado como una praxis reflexiva ocurrida en el ámbito de lo social y no en la mente de los sujetos (Radford, 2006, 2007, 2008). Dicho con mayor precisión, el pensamiento es “una reflexión mediatizada del mundo de acuerdo con la forma o modo de la actividad de los individuos” (Radford, 2006).

El carácter reflexivo del pensamiento significa que éste no es una simple asimilación de la realidad externa ni una construcción que surge de la nada, sino un movimiento dialéctico entre una realidad (histórica y culturalmen-

te constituida) y un individuo que la refracta y la transforma. En cuanto a su carácter mediatizado, este tiene que ver con el rol de los artefactos (signos, instrumentos, objetos, etc.) en la realización de la práctica reflexiva; ya que no se consideran auxiliares, sino parte constituyente de la actividad mental, pues “pensamos con y a través de los artefactos culturales”. De hecho, los artefactos son contenedores de saberes históricos y culturales (Radford, 2006, 2007, 2008). Al igual que los artefactos, las emociones y los afectos con parte constitutiva del pensamiento, por esa razón es que aprender matemáticas no es algo puramente mental, sino que también involucra lo emocional y afectivo (Radford, 2018a).

Área Educativa

En el marco del modelo económico neoliberal capitalista, las escuelas son vistas como instituciones bancarias donde los estudiantes pueden conseguir créditos y credenciales que les garanticen la movilidad social, o bien, son consideradas como empresas donde se producen sujetos necesarios para la economía de mercado (Radford, 2014, 2017c, 2020b). Contrario a esta visión, la TO considera que, en tanto “no sólo producen conocimientos sino también subjetividades” (Radford, 2018b), las escuelas deben ser un “espacio público de debates” (Radford, 2017c) y “un sitio de transformación social” (Radford, 2021a).

En ese sentido se concibe al salón de clase o aula como “una comunidad de aprendizaje” donde se produce el encuentro entre el sujeto y el objeto de saber; un espacio social donde se aprende a estar y ser con otros, escuchando y respetando otras voces, dando lugar a la reflexión crítica, la subversión y el cambio (Radford, 2006, 2007). Esto significa que el aula tam-

bién se entiende como “un espacio ético y político” donde el ser y el saber se transforman continuamente (Radford, 2008); un espacio donde “no sólo se producen saberes, sino también subjetividades” es decir, sujetos (estudiantes y docentes) envueltos en contextos histórico-culturales cambiantes que se transforman al trabajar juntos en una obra común (Radford, 2015a, 2018a, 2018b, 2018c, 2020d, 2021a).

Respecto a la concepción sobre los profesores y estudiantes, la enseñanza tradicional visualiza al estudiante como un simple receptor de los conocimientos que el docente le transmite; mientras que el constructivismo, asume que el alumno construye su propio conocimiento; y la TSD, conceptualiza al docente y el estudiante como individuos relacionados mediante un contrato didáctico en el cual se ha establecido implícitamente una clara división del trabajo, en la que el rol del docente consiste en asegurarse de que el estudiante acepte la responsabilidad de resolver los problemas matemáticos (Radford, 2016, 2017c). A diferencia de estos enfoques, la TO no concibe a los profesores y estudiantes como seres ya dados, autosuficientes y autónomos, sino como sujetos en formación continua o proyectos de vida inacabados que se realizan y comprometen en una obra común. Esto significa que maestro y alumno son entidades en constante flujo, pues ni el primero es poseedor de conocimientos que transmite, ni el segundo se mantiene como simple receptor pasivo, sino que ambos trabajan y se coproducen juntos (Radford, 2016, 2018a).

La TO también difiere de la concepción que favorece la alienación de los estudiantes al reducir la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a la simple transmisión y adquisición de técnicas

y conceptos matemáticos (Radford, 2008, 2021a). Para la TO la enseñanza y el aprendizaje no son dos actividades separadas una de otra, sino una sola y misma actividad realizada por docentes y estudiantes (Figura 3) que implica tanto el saber cómo el ser y su devenir (Radford, 2008, 2014, 2018a, 2018b, 2019, 2020d).

Enseñanza-Aprendizaje



Figura 3. El proceso de enseñanza-aprendizaje como una sola actividad que implica el saber y el ser.
Fuente: Elaboración propia

A diferencia del constructivismo que considera al aprendizaje como un proceso individual y subjetivo, en el que el estudiante construye su propio conocimiento, la TO lo concibe como un proceso esencialmente social, histórico y cultural. Esto significa que la interacción es consustancial al aprendizaje, pues al no ser éste contemplativo ni pasivo ni puramente intelectual, requiere de la actividad colectiva de los individuos. Esto significa que la dimensión social no sólo es mediadora del aprendizaje, sino que es parte constitutiva de él (Radford, 2006, 2008, 2015a, 2018a, 2018b, 2020a, 2020c, 2020d).

La TO también se distingue, en cuanto a su concepción sobre el aprendizaje, de las corrientes socioculturales que adoptan el punto de vista de la “enculturación” y la “internalización”, pues el aprendizaje no se trata de la adaptación o integración del individuo a su cultura y las prácticas sociales existentes; tampoco se trata de la internalización de la cultura en el sujeto.

En ambos casos el aprendizaje queda reducido a la simple reproducción cultural y no toma en cuenta la dimensión crítica, ni la capacidad de acción transformadora de los individuos y su cultura (Radford, 2017a, 2018a, 2021a).

Igualmente, la TO se distancia de la tradición racionalista occidental que concibe a las matemáticas como algo puramente intelectual o cognitivo, pues considera que el aprendizaje incluye, además, la dimensión afectiva, la cual está integrada por varios descriptores, como es el caso de las emociones. Dichas emociones no obedecen a algo puramente biológico, sino que se desarrollan socialmente, dado que la manera de sentir de un individuo está cargada culturalmente de concepciones a través de las cuales los individuos se visualizan de una forma u otra (capaz o incapaz, por ejemplo) al estudiar matemáticas (Radford, 2017c, 2018a, 2018c, 2019, 2020d, 2021b).

Para la TO, entonces, el aprendizaje tiene que ver con el saber y el ser, por lo que no se limita a la cuestión del conocimiento o contenidos disciplinarios, sino que involucra también la dimensión del ser y su devenir (Figura 4). Dicho de otro modo, el aprendizaje es un proceso de objetivación que implica un “encuentro” con saberes culturales (sistemas de pensamiento y acción) y la transformación de los sujetos humanos, por lo cual, debe procurarse una comprensión profunda de conceptos matemáticos y, al mismo tiempo, la formación de sujetos reflexivos, solidarios y responsables (Radford, 2006, 2008, 2017a, 2017b, 2017c, 2018a, 2018b, 2018c, 2020b, 2020d, 2021a, 2021b).

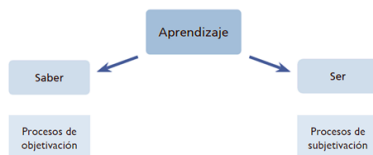


Figura 4. Concepción del Aprendizaje en la Teoría de la Objetivación (Radford, 2021b, p. 116).

El concepto objetivación es de “naturaleza semiótico-cognitiva” y hace referencia a la “conciencia subjetiva del objeto cultural”, es decir, un proceso social de toma de conciencia gradual de saberes culturales (sistemas de pensamiento y acción) que anteceden a los sujetos y son encontrados (objetivados) por ellos, dotándolos de sentido y significado, a través de la labor conjunta (Radford, 2006, 2007, 2008, 2018a, 2018b, 2018c, 2019, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2021a). Esto implica la transformación del saber general al saber actualizado en conocimiento, revelado por la actividad sensible, material y conjunta de profesores y estudiantes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje (Radford, 2017a). Dicho de otra forma, la objetivación “es el proceso social, corpóreo y simbólicamente mediado de toma de conciencia y discernimiento crítico de formas de expresión, acción y reflexión constituidas históricamente [sic] y culturalmente” (Radford, 2014, p. 141). La toma de conciencia y discernimiento crítico significa que se trata de un proceso dialéctico en el que sujeto y objeto se transforman mutuamente (Radford, 2015a, 2018b).

Para estudiar el aprendizaje desde la dimensión del saber, al interior de la TO se creó el constructo teórico denominado procesos de objetivación. Es a través de estos procesos por los cuales los estudiantes colectivamente toman conciencia gradual de formas de acción y reflexión, así como de significados

culturales e históricos. Esto no significa que los estudiantes acepten dichas formas de pensamiento y acción de forma acrítica y que sólo las reproduzcan. Tampoco implica que tomen conciencia de ellas de forma repentina, sino que lo hacen progresivamente, pues los saberes culturales se van revelando parcialmente (Radford, 2015a, 2015b, 2018b, 2018c, 2020a, 2020c).

Asimismo, la TO introduce el concepto de medios semióticos para referirse a todos aquellos signos y artefactos culturales (símbolos matemáticos, gráficos, palabras, gestos, calculadoras, etc.) que son utilizados tanto por los estudiantes como por los profesores durante el proceso de objetivación. Dichos artefactos son considerados partes constitutivas y consustanciales del pensamiento humano, es decir, que se piensa con y a través de tales artefactos depositarios de saberes culturales. Esto ubica a los objetos conceptuales no dentro de la cabeza de los individuos, sino en el plano de lo social (Radford, 2006, 2007, 2008).

Al utilizar la categoría subjetivación, la TO se refiere al proceso histórico de formación y creación permanente de sujetos únicos (profesores y estudiantes) que, al participar en actividades sociales (matemáticas, por ejemplo) de su cultura, toman una “posición” abierta y crítica. En este sentido, posicionarse implica encontrarse con otros, hacer valer su “voz” y expresar críticamente su perspectiva, haciéndola así presente en este mundo (Radford, 2008, 2014, 2015a, 2018b, 2018c).

Para investigar el aprendizaje y la producción de subjetividades la TO creó el constructo teórico denominado “procesos de subjetivación” (Radford, 2018a, 2020b, 2020d), los cuales ocurren simultáneamente con los procesos

de objetivación durante la actividad de enseñanza-aprendizaje (Radford, 2020b, 2021a). A través de ellos, estudiantes y profesores se coproducen continuamente como sujetos singulares, como proyectos de vida inacabados que llegan a ser presencia cuando llegan a actuar y expresarse críticamente en contextos culturales e históricos determinados (Radford, 2016, 2017c, 2018a, 2018b, 2019, 2020b, 2021a, 2021b). De acuerdo con su concepción sobre el ser, la TO define la subjetividad como la actualización o materialización continua de dicho ser en un sujeto singular reflexivo y sensible, siempre en constante transformación (Radford, 2017c). Una subjetividad es entendida, entonces, como “un sujeto o individuo único, histórico, cultural y concreto” (Radford, 2020b, p. 36) inacabado. En la TO el interés está en la formación de subjetividades (profesores y estudiantes) críticas y éticas (Radford, 2020d).

Con respecto a la actividad, la TO se refiere a ella a partir de cuatro dimensiones (Radford, 2021a), a saber:

- 1) Constitutiva: actividad referida a la energía “sensible y sensual, material e ideal, discursiva y gestual” de los individuos que buscan algo en común.
- 2) Ontológica: actividad relativa a una forma de vida que conlleva a la realización de los individuos como seres vivos.
- 3) Epistemológica: actividad a través de la cual “los individuos producen y reproducen los objetos del saber” histórico-cultural.
- 4) Relacional: actividad configurada en torno a una ética comunitaria basada en la responsabilidad, el compromiso y el cuidado del otro.

Además de lo anterior, la TO distingue entre actividad como *Aktivität/aktivnost* y actividad como *Tätigkeit/deyatel'nost'*. En el primer caso se trata

simplemente de “estar ocupado con algo”. En el segundo se trata de un “esfuerzo conjunto” entre individuos para satisfacer sus necesidades colectivas (al producir sus medios materiales de vida) y al mismo tiempo producirse a sí mismos. Para no confundirla con otro tipo de actividad, se le denomina labor conjunta (Radford, 2018a, 2018c, 2020a, 2020d).

El concepto de labor conjunta es central en la TO, pues permite comprender el proceso de enseñanza-aprendizaje como una única actividad en la que profesores y estudiantes trabajan juntos en la misma “obra común” en la que aparece el saber actualizado o materializado (Figura 5). Esto se da bajo formas comunitarias de producción de saberes y formas colectivas de colaboración (éticas y no alienantes), que no están exentas de tensiones y diferencias entre los sujetos involucrados (Radford, 2016, 2017a, 2017c, 2018a, 2018c, 2019, 2020a, 2020c, 2020d, 2021a).



Figura 5. Labor conjunta entre profesora y estudiantes trabajando en la misma “obra común” (Radford, 2019, p. 3068).

La labor conjunta involucra modos de producción y relaciones de producción, ejes en torno a los cuales se organiza la actividad en el aula o espacio de enseñanza-aprendizaje (Figura 6). Los primeros tienen que ver con todos aquellos procedimientos, maneras o formas colectivas y culturales de producción de saberes (Radford, 2014, 2018b, 2020d, 2021a). Las segundas se refieren a las formas de relacionarse e interactuar los sujetos, es decir, a las formas de colaboración humana

(Radford, 2014, 2020d). Las formas de cooperación promovidas por la TO se basan en una ética comunitaria, por lo que difieren de las formas alienantes de la enseñanza tradicional donde las relaciones son transmisor-receptor y de la pedagogía individualista centrada en el estudiante donde la relación es instrumental (Radford, 2018b, 2020d, 2021a).

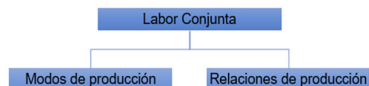


Figura 6. Ejes de la labor conjunta en el aula de clase. Fuente: Elaboración propia

Área Valorativa

La TO está cimentada en un proyecto de transformación social que aspira a superar el actual modelo neoliberal capitalista alienante, mediante la creación de sujetos reflexivos, críticos y éticos, que sean capaces de construir una sociedad justa, inclusiva y digna (Radford, 2017c, 2020b). En este marco se inscribe el proyecto educativo de la TO que atribuye a la educación un potencial muy importante para el cambio social (Radford, 2017c), pues es concebida como un proyecto que implica no sólo la dimensión del conocimiento sino, también, la del devenir del sujeto (Radford, 2018b).

Lo anterior explica que, desde la TO, los conceptos educativos de saber, aprendizaje y estudiante, sean vistos siempre en relación con el contexto político, económico y social del cual surgen (Radford, 2018b). Esto la hace distinguirse de otras teorías actuales en educación matemática (la TSD y el socio constructivismo, por ejemplo) que justifican la educación en la medida que garantiza la formación de un sujeto autónomo, independiente y libre (Radford, 2007), que despliega su potencial cognitivo y se autorrealiza al aprender (Radford, 2021a).

Como parte del proyecto social y educativo mencionados, la TO invita a repensar la finalidad de la Educación Matemática más allá de la difusión de saberes, como lo plantea la TSD, así como de la construcción y desarrollo de estructuras mentales que sugiere el constructivismo norteamericano (Radford, 2014, 2015a, 2018a). La TO trasciende el contenido disciplinario y concibe a la Educación Matemática como “un esfuerzo político, social, histórico y cultural cuyo fin es la creación de individuos éticos y reflexivos que se posicionan de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente” (Radford, 2014, p. 135-136), deliberando sobre “nuevas posibilidades de acción y de pensamiento” (Radford, 2016, 2018a, 2018b, 2020b, 2020d, 2021a); e imaginando “nuevas formas de vida colectiva, justa y solidaria” (Radford, 2021b).

Desde el punto de vista histórico-cultural de la TO, la Educación Matemática deja de ser considerada como un apéndice de las matemáticas que sólo busca técnicas y métodos pedagógicos para transmitir eficientemente el saber matemático a los estudiantes; se le asocia más bien con la dimensión ética y transformadora de los estudiantes, quienes dejan de ser vistos como simples resolutores de problemas matemáticos (Radford, 2017c, 2018b).

La ética que promueve la TO en el aula de clase es consistente con el proyecto social-educativo que promueve y es denominada ética comunitaria (Radford, 2015a, 2016, 2017c, 2018a, 2018b, 2018c, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2021a, 2021b). Dicha ética se compone de tres vectores (Figura 7), a saber: 1) la responsabilidad, referida al acto de responder al llamado del otro con el cual se está trabajando conjuntamente; 2) el compromiso hacia los demás como

promesa y cumplimiento de hacer todo lo posible en la realización de la “obra común” durante la labor conjunta; y, 3) el cuidado del otro que, al trabajar con él, implica la atención, preocupación e interés al reconocer su vulnerabilidad, sufrimientos, necesidades y esperanzas (Radford, 2017c, 2018b, 2020a, 2020b, 2020c, 2020d, 2021b).



Figura 7. Vectores de la ética comunitaria. Fuente: Elaboración propia

Área Metodológica

No fue, sino hasta casi una década después de haber sido esbozados sus componentes conceptuales generales, cuando apareció un artículo centrado en los aspectos metodológicos de la TO (Radford, 2006, 2015). Así, pues, en tanto el objetivo es estudiar el proceso de toma de conciencia de saberes matemáticos constituidos histórica y culturalmente, la actividad desarrollada en el aula por estudiantes y docentes juntos constituye la unidad de análisis (Radford, 2015a, 2016, 2017a, 2018a, 2019).

Al momento de diseñar las tareas, se sugiere que el docente tome en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y que los problemas sean interesantes para estos. Igualmente, debe propiciar la discusión en pequeños grupos, entre grupos y en plenaria (Figura 8); debe considerar niveles conceptuales cada vez más profundos y ofrecer la oportunidad de que los estudiantes reflexionen matemáticamente de diferentes maneras a las matemáticas dominantes, así como proponer problemas con un nivel de complejidad creciente (Radford, 2006, 2015a).

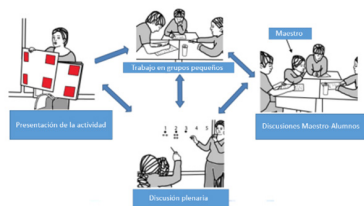
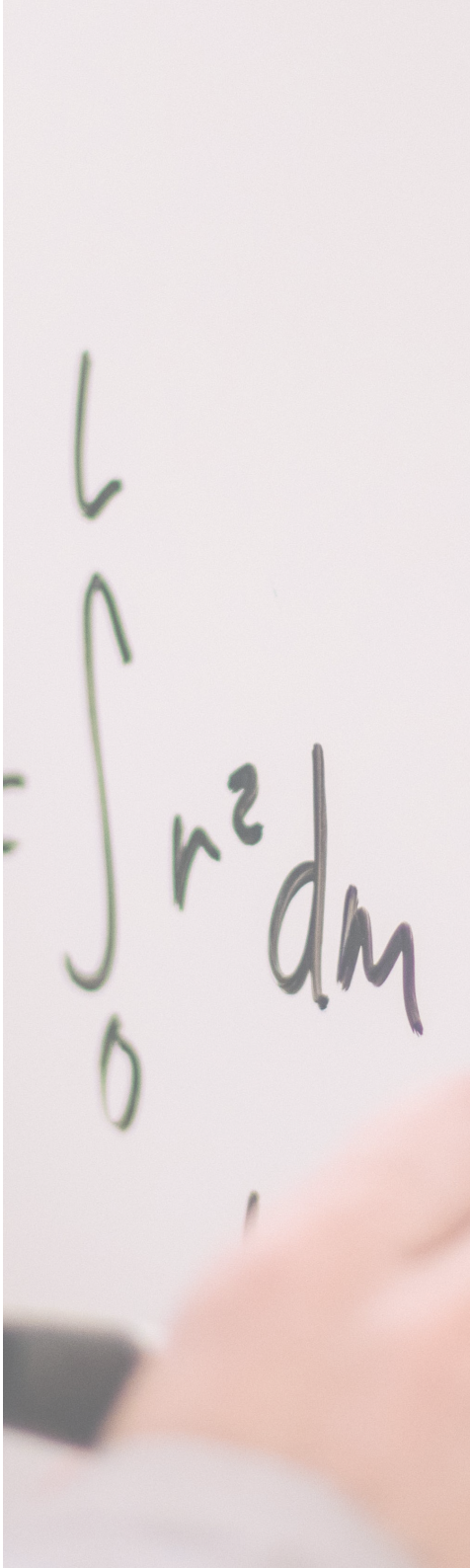


Figura 8. La actividad como sistema emergente en el aula (Radford, 2015a, p. 556).

Se propone realizar la recopilación de datos a través de la grabación de video y audio de la actividad conjunta de docentes y estudiantes, las hojas de trabajo de los estudiantes y notas de campo creadas con grabadoras de voz después de cada clase (Radford, 2015a).

El interés está en analizar los procesos de objetivación y subjetivación de los estudiantes. Así que se procede a transcribir y seleccionar los “segmentos sobresalientes” (evidencia de aprendizaje) de las videograbaciones realizadas, a partir de los principios de la Teoría de la Objetivación y las preguntas de investigación (Radford, 2015a). Se recomienda poner atención en los medios semióticos de objetivación que utilizan los estudiantes durante el proceso de toma de conciencia de los saberes matemáticos constituidos histórica y culturalmente (Radford, 2006). La toma de conciencia es analizada a partir de la actividad multimodal (perceptiva, auditiva, corporal, lingüística y simbólica) de estudiantes y docente (Radford, 2015a). Para analizar los procesos de objetivación se rastrean elementos discursivos, semióticos y corporales; mientras que para el análisis de los procesos de subjetivación se identifican las posturas (voces) críticas y éticas a través de las cuales se co-posicionan tanto los estudiantes como el docente (Radford, 2020b).



CONCLUSIÓN

La TO se inscribe dentro de las teorías socioculturales contemporáneas de la Educación Matemática. Fundamentada en el materialismo dialéctico y en un sentido ontológico, concibe al saber, los objetos matemáticos y el ser como entidades histórico-culturales en constante transformación. En términos epistemológicos, sostiene que el conocimiento solo es posible a través de la actividad colectiva y que los artefactos culturales, así como las emociones y los afectos, son parte constitutiva del pensamiento, por lo que aprender matemáticas es algo emocional y afectivo, también.

Para la TO, tanto la escuela como el salón de clases o aula son espacios de transformación social, pues en ellos no solo se producen saberes, sino también subjetividades. Los profesores y estudiantes son concebidos como entidades inacabadas y en evolución constante, ya que realizan una sola y misma actividad durante el proceso de enseñanza-aprendizaje en el cual están implicados tanto el saber cómo el ser. El aprendizaje, entonces, es concebido como un proceso social, histórico y cultural, que implica tanto el encuentro con saberes culturales (objetivación) y la toma de conciencia de estos (procesos de objetivación), así como la formación de sujetos únicos (subjetivación).

Por lo anterior, se entiende que la TO parte de un proyecto social-educativo que invita a repensar el objetivo de la educación matemática, más allá de la difusión de saberes o la construcción de estructuras cognitivas mentales, pues la concibe en términos políticos, sociales, históricos y culturales. Así pues, a partir de la labor conjunta (entre estudiantes y profesores) y una ética comunitaria basada en la responsabilidad, el compromiso hacia los demás y el cuidado del otro, pretende formar sujetos reflexivos y críticos que contribuyan a la transformación social.

Declaración de privacidad

Los datos personales facilitados por los autores a RD-ICUAP se usarán exclusivamente para los fines declarados por la misma, no estando disponibles para ningún otro propósito ni proporcionados a terceros.

Declaración de no Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de interés alguno

Agradecimiento.

Los autores agradecen al Instituto de Ciencias (ICUAP) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCyT) por su invaluable apoyo a la divulgación científica.

REFERENCIAS

Blanco, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59-66.

Godino, J. D. (2000). La consolidación de la educación matemática como disciplina científica. En, A. Martínón. *Las matemáticas del siglo XX. Una mirada en 101 artículos* (pp. 347-350). Nívola.

Hernández, L. A. y Juárez, J. A. (2 de noviembre de 2015). La educación matemática como ciencia. *Saberes y Ciencias. Suplemento de La Jornada de Oriente*. No. 045. <https://saberesyciencias.com.mx/2015/11/02/la-educacion-matematica-como-ciencia/>

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Lleida: SEIEM

Pochulu, M. D. y Rodríguez, M. A. (2016). Introducción. En M. D. Pochulu, y M. A. Rodríguez. (Comps.). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Editorial Universitaria Villa María.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, pp. 103-129., <http://relime.org/index.php/repositorio/volumen-9/numero-especial-9-4/0904p/270-pdf-elementos-de-una-teoria-cultural-de-la-objetivacion/file>

Radford, L. (2007). Towards a cultural theory of learning. In Pitta-Pantazi, D. & Philippou, G. (Eds.). *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME – 5)*, pp. 1782-1797.

Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Sense Publishers.

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), pp. 132-150. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870010>

Radford, L. (2015a). Methodological Aspects of the Theory of Objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18), pp. 547-567.

Radford, L. (2015b). The Epistemological Foundations of the Theory of Objectification. In L. Branchetti (Ed.), *Teaching and Learning Mathematics. Some Past and Current Approaches to Mathematics Education* (pp. 127-149). Isonomia.

Radford, L. (2016). The theory of objectification and its place among sociocultural research in mathematics education. *Revista Internacional de Pesquisa Em Educação Matemática*, 6(2), 187-206.

Radford, L. (2017a). Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 115-136). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Radford, L. (2017b). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 97-114). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Radford, L. (2017c). Ser, subjetividad y alienación. En B. D'Amore & L. Radford (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, episte-*

mológicos y prácticos (pp. 97-114). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Radford, L. (2018a). A cultural-historical approach to teaching and learning: The theory of objectification. In: Hsieh, F.-J. (Ed.), Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education (Vol 1, pp. 137-147). EARCOME.

Radford, L. (2018b). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la Teoría de la Objetivación. PNA. Revista de investigación en Didáctica de la Matemática, 12(2), pp. 61-80. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6965>

Radford, L. (2018c). Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. En I. Abreu Mendes (Ed.), Anais do 5o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 5º SIPEMAT (pp. 1-22).

Radford, L. (2019). On the Epistemology of the Theory of Objectification. In U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11, February 6 – 10, 2019) (pp. 3062-3069). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Radford, L. (2020a). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. Revista Colombiana de Matemática Educativa, RECME, Número especial de la Teoría de la Objetivación, 5(2), pp. 15-31. <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/379>

Radford, L. (2020b). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, 15(36), 27-42.

Radford, L. (2020c). Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation. In M. Flores González, A. Kuzniak, A. Nechache, & L. Vivier (Eds.), Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz n°21 (pp. 19-41). IREM de Paris.

Radford, L. (2020d). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. Takeco Gobara & L. Radford (Eds.), Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática (pp. 15-42). Livraria da Física.

Radford, L. y Lasprilla, A. (2020). De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La matemática e la sua didáctica, 28(1), 107-128.

Radford, L. (2021a). Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação. En V. Moretti & L. Radford (Eds.), Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural (pp. 35-56). Livraria da Física.

Radford, L. (2021b). La ética en la teoría de la objetivación. En L. Radford & M. Silva Acuña (Eds.), Ética: Entre educación y filosofía (pp. 107-141). Universidad de los Andes.